

Somme de termes d'une suite

Énoncé

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour tout n entier naturel par $u_n = n^3$ et la somme de ses premiers termes $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = \sum_{k=0}^n k^3$.

1. Donner la somme V_n des $n+1$ premiers termes de la suite arithmétique des entiers naturels soit $V_n = 0 + 1 + \dots + n$.
2. Avec un tableur ou une calculatrice programmable, calculer la valeur de S_n pour n allant de 1 à 30.

Appeler le professeur, lui montrer les calculs des termes S_1, S_2, \dots, S_{30} et lui indiquer la formule donnant V_n .

3. Avec un tableur ou une calculatrice programmable, calculer la valeur de V_n^2 dans les mêmes cas particuliers. Que constate-t-on ?

Appeler le professeur, lui montrer les calculs des termes S_n et V_n^2 pour n de 1 à 30. Lui indiquer la formule conjecturée et la méthode retenue pour la démonstration.

4. À partir du constat ci-dessus, conjecturer une formule donnant la valeur de S_n en fonction de n , puis la démontrer.
On suggère une démonstration par récurrence.

Production demandée

- Formule donnée sans démonstration exprimant V_n en fonction de n .
- Tableau des valeurs exactes des suites S_n et V_n^2 pour n de 1 à 30 (par exemple en imprimant la feuille de calcul).
- Formule, donnant S_n en fonction de n , conjecturée à partir du tableau précédent.
- Démonstration de la formule donnant S_n en fonction de n .