Partage d'un triangle

Énoncé

Dans le plan on définit un triangle ABC non isocèle en A et dont les angles en B et en C sont aigus. On note a son aire.
On appelle H le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC et l'on se place dans le cas où $CH > BH$.
On se propose de démontrer qu'il existe une droite et une seule perpendiculaire au côté $[BC]$, en un point M, qui partage le triangle ABC en deux polygones de même aire.

1. Construire la figure demandée en utilisant un logiciel de géométrie dynamique. Déterminer, à l'aide du logiciel, la position de M en lequel la droite recherchée doit couper le segment $[CH]$ pour répondre au problème posé.

Appeler l'examinateur pour une vérification de la figure construite.

2. Etudier le cas où le point M est sur le segment $[BH]$.

Appeler l'examinateur afin qu'il vérifie la formulation de votre conclusion.

3. On suppose que le point M est situé sur le segment $[CH]$ et on pose $CM = x$. On appelle N le point d'intersection du segment $[AC]$ avec la droite perpendiculaire à (BC) passant par M.
On note L la longueur du segment $[CH]$. On admet que la fonction f qui, à tout x de $[0; L]$, associe l'aire du triangle CMN est continue.
On ne cherchera pas à expliciter *f(x)*.
   (a) Que traduit l'égalité $f(x) = \frac{a}{2}$?
   (b) Préciser les variations de f à l'aide du logiciel. Déterminer la valeur de $f(0)$.
   (c) Comparer $f(x)$ et $\frac{a}{2}$ quand M est en H.
   (d) En déduire la réponse au problème posé.

Production demandée

- Figure réalisée avec emplacement du point M répondant au problème.
- Interprétation de l'égalité 3a).
- Utilisation d'un théorème d'analyse.