Orthocentre

Énoncé

Dans le plan, ABC est un triangle quelconque.
On note K le centre de son cercle circonscrit et H son orthocentre.
On s'intéresse au lieu $(\mathscr{L})$ des points H quand C se déplace sur une droite parallèle à la droite (AB).

1. (a) Faire une figure avec un logiciel de géométrie dynamique, faisant apparaître les points A et B, le point C sur une droite parallèle à la droite (AB), le triangle ABC, le point H et le point K.
   Afficher la trace du point H quand C varie sur la parallèle à (AB).
   Faire une conjecture concernant la nature du lieu des points H.

   (b) Vérifier à l'aide du logiciel (la vérification par le calcul n'est pas demandée ici) l'égalité
   $$(e) : \overrightarrow{KH} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}.$$

Appeler l'examinateur.

2. À partir de cette question, le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O\,;\ \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$; les points A et B sont donnés par leurs coordonnées : $A(-1\,;\,1)$ et $B(1\,;\,1)$. Le point C est sur l'axe des abscisses, et a pour abscisse un réel x.
   (a) Demander à nouveau le lieu $(\mathscr{L})$ des points H.
   (b) Quelle en serait une équation ?
3. Vérifier la conjecture émise en traçant le lieu des points H grâce à son équation.

Appeler l'examinateur.

4. En admettant que K a pour coordonnées $(0\,;\,\dfrac{2-x^2}{2})$ et l'égalité (e) donnée à la première question en déduire les coordonnées de H puis l'équation de $(\mathscr{L})$.

Production demandée

– Calculs et démonstration relatifs à la question 4.