

PGCD

Énoncé

Pour tout entier naturel n , on définit deux entiers a et b en posant :

$$a = 4n + 1 \quad \text{et} \quad b = 5n + 3$$

On s'intéresse aux valeurs du PGCD de a et de b en fonction de n .

1. Conjecture avec un logiciel ou une calculatrice :

- (a) Sur un tableur, créer trois colonnes donnant les valeurs de n , a et b pour n variant de 0 à 100.
- (b) Remplir la quatrième colonne avec les valeurs du PGCD de a et de b .

Appeler l'examineur pour vérification.

- (c) Quelles semblent être les valeurs possibles de $\text{PGCD}(a, b)$?
- (d) En observant les résultats obtenus sur le tableur, comment pensez vous pouvoir caractériser les valeurs de n telles que $\text{PGCD}(a, b) = 7$?

Appeler l'examineur pour vérification.

2. Démonstrations :

- (a) Démontrer la conjecture faite au 1.(c)
- (b) En raisonnant par disjonction des cas, déterminer les valeurs de n telles que

$$\text{PGCD}(a, b) = 7$$

Production attendue

- Réponses écrites aux questions 1.(c) et (d) et 2.(a) et (b).
 - Obtention à l'écran des valeurs demandées avec éventuellement impression.
-