

Triangle inscrit dans une courbe donnée

Énoncé

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On appelle \mathcal{E} la courbe d'équation $y = \frac{1}{x}$.

On désigne par a, b, c trois réels non nuls, deux à deux distincts, puis par A, B, C les points de \mathcal{E} d'abscisses respectives a, b, c .

Le point H est l'orthocentre du triangle ABC .

On appelle \mathcal{C} le cercle circonscrit au triangle ABC , son centre est le point E .

Le point D est le symétrique du point H par rapport à O .

Le but de l'exercice est d'observer la position de certains points de la figure et d'étudier celle du point H .

1. (a) Construire la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie.

Appeler l'examineur pour lui montrer la figure construite.

- (b) Faire varier a, b, c et émettre une ou deux conjectures concernant :
 - la position du point H ;
 - la position du point D .

Appeler l'examineur pour vérifier les conjectures.

- (c) À l'aide de manipulations appropriées, émettre une conjecture sur les ordonnées des points D et H en fonction de a, b, c , puis sur l'abscisse de H .

Appeler l'examineur pour vérifier la conjecture.

2. Démontrer la conjecture émise sur les coordonnées du point H .
3. Proposer une démarche permettant de démontrer la (ou les) conjecture(s) faite(s) pour le point D (on ne demande pas les calculs mais uniquement le plan proposé).

Production demandée

- Figure réalisée avec le logiciel de géométrie.
- Démarches et réponses argumentées pour les questions 2. et 3.