

Étude de flux de populations

Énoncé

L'objet de ce travail est l'étude de flux de populations entre trois zones géographiques : une ville notée A, une zone périphérique notée B et une zone de campagne notée C.

Pour modéliser les flux de population, on fait les hypothèses suivantes :

- La population totale des trois zones **reste constante**.
- Chaque année la zone A perd 10% de sa population, mais accueille 10% de la population de la zone B et 1% de la population de la zone C.
- Chaque année la zone B perd 10% de sa population, mais accueille 10% de la population de la zone A et 1% de la population de la zone C.
- Chaque année la zone C perd 2% de sa population.

Au premier janvier 2008, la zone A comptait 5 000 habitants, la zone B en comptait 2 000 et la zone C en comptait 4 000.

On désigne par a_n , b_n et c_n les nombres d'habitants respectifs des zones A, B et C au premier janvier de l'année 2008 + n . On admettra, pour l'étude mathématique, que les nombres réels a_n , b_n et c_n peuvent ne pas être entiers.

1. On souhaite décrire, avec le modèle ci-dessus, l'évolution des trois populations.
 - (a) Représenter graphiquement, à l'aide du tableur, ou d'une calculatrice, les suites (a_n) , (b_n) et (c_n) .
 - (b) Conjecturer le sens de variation et la convergence des suites (a_n) , (b_n) et (c_n) .

Appeler l'examineur pour vérification des résultats obtenus et des conjectures.

2. Pour chaque année 2008 + n , soit d_n la différence de population entre les zones A et B. Conjecturer la nature de la suite (d_n) .

Appeler l'examineur pour une vérification et lui indiquer les méthodes envisagées pour les démonstrations qui suivent.

3. On se propose de calculer les limites des suites (a_n) , (b_n) et (c_n) .
 - (a) Déterminer l'expression de c_n et de d_n en fonction de n .
 - (b) En déduire l'expression de a_n et de b_n en fonction de n .
 - (c) Déterminer les limites des suites (a_n) , (b_n) et (c_n) .

Production demandée

- Une feuille de calcul donnant les valeurs de n et des termes des différentes suites.
- Un graphique représentant les suites (a_n) , (b_n) et (c_n) .
- Les réponses argumentées aux questions de la Partie 3.