

Section plane d'un tétraèdre, optimisation d'une distance

Énoncé

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on définit les points $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$ et $C(0, 0, 1)$ et le point I milieu du segment $[AB]$.

Partie expérimentale

- (a) À l'aide d'un logiciel de géométrie dans l'espace, représenter le tétraèdre $OABC$ et le point I .
- (b) Pour un point M du segment $[AC]$, on définit le plan $\mathcal{P}$ passant par le point I et orthogonal à la droite (IM) . Tracer la section du tétraèdre $OABC$ par le plan $\mathcal{P}$.
- (c) Le plan $\mathcal{P}$ coupe la droite (OB) en un point N . Construire le point N et tracer le segment $[MN]$.

Appeler l'examineur pour lui présenter la figure construite.

- Étudier à l'aide du logiciel, les variations de la longueur MN et conjecturer la position du point M , sur le segment $[AC]$, telle que cette longueur soit minimale. Quelle est, d'après le logiciel, cette longueur minimale ?

Appeler l'examineur pour lui présenter les observations faites et les résultats obtenus.

Démonstration

On définit le réel $t = \frac{AM}{AC}$ et on admet que les coordonnées des points M et N sont respectivement $M(1-t, 0, t)$ et $N(0, t, 0)$.

- Calculer la longueur MN en fonction de t .

Appeler l'examineur pour lui expliquer la méthode prévue pour déterminer le minimum de cette longueur.

- Déterminer la valeur de t pour laquelle cette longueur est minimale.
- Donner la valeur minimale prise par la longueur MN .

Production demandée

- Réalisation d'une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique ;
- Présentation orale, à partir de l'écran, des conjectures ;
- Solution argumentée de la question 4.