

## Cercles et similitudes

### Énoncé

On considère un triangle équilatéral direct  $O_1O_2O_3$ , le milieu  $O$  du segment  $[O_1O_2]$  et le cercle  $C$  de centre  $O_1$  passant par  $O$ . On note  $A$  un point du cercle  $C$  distinct du point  $O$ . Pour tout point  $M$  du cercle  $C$ , on note  $M_1$  le point symétrique de  $M$  par rapport à  $O$  puis  $M'$  le point tel que le triangle  $MM_1M'$  soit équilatéral direct.

### Étude expérimentale

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construire le triangle  $O_1O_2O_3$ , placer le point  $O$  et tracer le cercle  $C$ .

Appeler l'examineur pour vérifier la construction.

2. Le point  $A$  étant construit sur le cercle  $C$ , construire le point  $A'$  associé au point  $A$  par le procédé indiqué dans le préambule.

Appeler l'examineur pour vérifier la construction.

3. Placer un autre point, noté  $M$ , sur le cercle  $C$  et construire le point  $M'$  associé à ce point. Visualiser la courbe (ou lieu) que semble décrire le point  $M'$  lorsque le point  $M$  décrit le cercle  $C$  et émettre une conjecture à ce propos.

Appeler l'examineur pour exposer votre conjecture.

4. Lorsque les points  $M$  et  $A$  sont distincts, les droites  $(AM)$  et  $(A'M')$  se coupent en un point  $P$ . Placer le point  $P$  sur la figure. Émettre une conjecture concernant le lieu décrit par le point  $P$  lorsque le point  $M$  décrit le cercle  $C$  privé du point  $A$ .

Appeler l'examineur pour exposer votre conjecture et lui indiquer les méthodes prévues pour les démonstrations qui suivent.

### Démonstrations

5. Montrer qu'il existe une similitude directe de centre  $O$  par laquelle le point  $M$  du cercle  $C$  a pour image le point  $M'$ . Préciser l'angle et le rapport de cette similitude.
6. Déterminer le lieu du point  $M'$  lorsque le point  $M$  décrit le cercle  $C$ .
7. Préciser le lieu du point  $P$  lorsque le point  $M$  décrit le cercle  $C$  privé du point  $A$ .

### Production demandée

- Réalisation d'une figure avec un logiciel de géométrie dynamique ;
- Réponse argumentée pour les questions 5 et 6 ;
- Informations obtenues concernant le point  $P$ .