

## Étude d'une suite définie par une relation de récurrence

### Énoncé

On considère la suite récurrente  $(u_n)$  de premier terme  $u_1 = 0$  et telle que, pour tout entier naturel  $n$  non nul,

$$u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}$$

1. (a) En utilisant un tableur ou une calculatrice, donner les 40 premiers termes de cette suite.

**☞ Remarques sur les outils.**

*Avec certaines calculatrices, l'élève devra demander le calcul des termes de la suite avec un décalage de rang, à savoir  $w_n = u_{n-1}$ .*

*Les professeurs doivent être conscients des difficultés supplémentaires que cela peut apporter lors de la réalisation de l'épreuve. Dans ce cas, l'examineur sera attentif aux difficultés que l'élève peut rencontrer lors de cette étape et il interviendra rapidement pour lui donner toutes les indications utiles, sans pénalisation.*

- (b) Représenter graphiquement le nuage de points de coordonnées  $(n, u_n)$ .

**☞** *Même s'il n'y a pas d'appel dans le sujet, l'examineur vérifiera que l'élève sait utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer les termes d'une suite ou pour représenter graphiquement le nuage des premiers termes de cette suite. Il donnera toutes les indications utiles à un élève qui n'y parviendrait pas.*

- (c) En observant le nuage de points, quelles conjectures peut-on faire sur le comportement de cette suite ?

Appeler l'examineur pour une vérification des conjectures.

**☞** *L'observation du nuage de points peut conduire à formuler différentes conjectures : sens de variation, convergence, majorant, minorant, ... On attend ici des réponses orales.*

2. On cherche à déterminer une formule qui permette de calculer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

- (a) Compléter le tableau de valeurs en faisant figurer le calcul de  $\frac{1}{u_n - 1}$  pour les 40 premiers termes de la suite  $(u_n)$ .

**☞** *Comme déjà expliqué, certaines calculatrices obligeront à étudier en fait la suite  $z_n = \frac{1}{u_{n-1} - 1}$ .*

- (b) Conjecturer l'expression explicite de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

Appeler l'examineur pour une vérification de la conjecture.

☞ Si la formule de calcul est bien transcrite, la conjecture de l'expression explicite de  $\frac{1}{u_n - 1}$  est immédiate, l'élève en déduira celle relative à  $u_n$  par un calcul simple à la main.

3. Démontrer la formule conjecturée.

☞ On valorisera la reconnaissance par l'élève d'une situation relevant d'un raisonnement par récurrence et sa connaissance du schéma d'un tel raisonnement.

---

## Production demandée

- Visualisation à l'écran du tableau de valeurs et du nuage de points.
  - Démonstration.
- 

## Compétences évaluées

- Faire calculer les termes d'une suite.
  - Représenter graphiquement un nuage de points.
  - Reasonner par récurrence.
-

## Étude d'une suite définie par une relation de récurrence

**Nom:****Prénom:****Note:**

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante:

- *La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note initiale.*
- *La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation, etc.) représentera le quart restant.*
- *La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement pris en compte de façon substantielle.*

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise. Les exemples ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

<i>Compétences évaluées</i>	<i>Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)</i>
<i>L'élève est capable de représenter la situation : il ou elle obtient sur tableur ou sur calculatrice les premiers termes de la suite <math>(u_n)</math>. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</i>	
<i>L'élève utilise de façon pertinente la calculatrice ou le tableur. Il ou elle est capable d'expérimenter, de faire des essais, d'émettre une conjecture en cohérence avec ses observations, et tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</i>	
<i>Suite à un éventuel questionnement oral, l'élève est capable d'affiner ses explorations et de mener les calculs à leur terme en utilisant pertinemment les TICE. Il ou elle fait preuve d'esprit critique avec un retour éventuel sur ses conjectures.</i>	
<i>L'élève montre un certain nombre de connaissances, de savoir faire mathématiques sur le sujet : analyser un nuage de points traduisant une suite convergente, monotone. . .</i>	
<i>L'élève propose une résolution correcte de l'exercice et il ou elle est capable d'émettre un retour critique sur ses observations.</i>	

**Remarques complémentaires :**