

## Étude d'une courbe de Bézier

### Énoncé

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points A de coordonnées  $(0; 6)$ , B de coordonnées  $(2; 0)$  et C de coordonnées  $(4; 6)$ .

Soit  $t$  un réel de l'intervalle  $[0; 1]$ . On définit les points :

- G barycentre du système de points pondérés  $\{(A; 1 - t), (B; t)\}$  ;
- H barycentre du système de points pondérés  $\{(B; 1 - t), (C; t)\}$  ;
- M barycentre du système de points pondérés  $\{(G; 1 - t), (H; t)\}$  .

Le but de l'exercice est d'étudier le lieu des points M quand  $t$  décrit l'intervalle  $[0; 1]$ , et la position de cet ensemble par rapport aux droites (AB) et (BC).

*☞ À propos du choix du logiciel de géométrie dynamique :*

*Les constructions à réaliser sont assez fortement dépendantes du logiciel choisi. La création de la variable  $t$  et l'affichage de sa valeur peut prendre la forme d'un « curseur » sur certains logiciels, ce type d'objet peut ou non faire partie de l'environnement standard.*

*La construction des barycentres est elle aussi plus ou moins simple.*

*Enfin l'ensemble des points M peut aussi bien apparaître sous forme d'une « trace » que d'un lieu. Lorsque cet ensemble est un lieu, certains logiciels en donnent directement l'équation.*

*Les examinateurs doivent donc prendre en compte cette forte variabilité, et adapter leurs indications et leur évaluation à l'environnement utilisé par le candidat.*

### Partie A

1. Réaliser la figure avec un logiciel de géométrie dynamique.

Tracer les droites (AB) et (BC), puis faire apparaître le lieu décrit par le point M lorsque  $t$  varie.

Appeler l'examineur pour lui montrer le lieu du point M.

*☞ Les indications qu'il faudra éventuellement apporter au candidat pour la création de  $t$  puis de G, H et M seront adaptées au logiciel employé et à la démarche du candidat. Il en est de même pour le lieu de M.*

2. Quelle semble être la position des droites (AB) et (BC) par rapport au lieu obtenu ?
3. Sur quelle courbe semble se déplacer le point M ?

Appeler l'examineur pour annoncer les conjectures et décrire la démarche.

*☞ Avec certains logiciels, le candidat peut tracer une parabole  $\mathcal{P}$  sur la figure de la question 1 et « déformer » cette parabole pour la superposer au lieu de M afin de vérifier le résultat précédemment conjecturé. Il obtient alors une indication sur l'équation du lieu. Le candidat peut observer que les droites (AB) et (BC) semblent tangentes à  $\mathcal{P}$ , respectivement en A et en C.*

**Partie B**

4. Déterminer en fonction de  $t$  les coordonnées des points G, H et M.
  5. Valider ou invalider la conjecture émise à la question 3.  
Donner l'expression analytique du lieu du point M.
- 

**Production demandée**

- Visualisation du lieu du point M.
  - Énoncé des conjectures : courbe décrite par le point M et position des droites (AB) et (BC) par rapport à cette courbe.
  - Réponses pour les questions 4. et 5.
- 

**Compétences évaluées**

- Effectuer des constructions géométriques à l'aide d'un logiciel.
  - Définir un barycentre de deux points du plan par ses coordonnées.
  - Connaître l'équation cartésienne d'une parabole.
-

## Étude d'une courbe de Bézier

**Nom:****Prénom:****Note:**

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante:

- La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note initiale.
- La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation, etc.) représentera le quart restant.
- La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement pris en compte de façon substantielle.

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise. Les exemples ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

<i>Compétences évaluées</i>	<i>Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)</i>
<i>Le candidat est capable de représenter la situation à l'aide TICE : les droites (AB) et (BC), le réel t, les points G, H et M.</i>	
<i>Il ou elle sait rendre la figure dynamique et tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</i>	
<i>L'élève est capable de visualiser le lieu de M et est capable d'expérimenter, de faire des essais.</i>	
<i>L'élève est capable d'émettre une conjecture en <b>cohérence</b> avec ses observations, tirant profit des indications éventuellement données à l'oral.</i>	
<i>Suite à un éventuel questionnement oral, le candidat est capable d'affiner ses explorations en utilisant pertinemment les TICE, affichant par exemple la parabole conjecturée.</i>	
<i>L'élève montre un certain nombre de connaissances, de savoir faire mathématiques sur le sujet : les coordonnées de G, H et M sont correctement données en fonction de t.</i>	
<i>L'élève propose une résolution correcte de l'exercice et est capable d'émettre un retour critique sur ses observations : il ou elle valide ou invalide sa conjecture et rectifie éventuellement.</i>	

**Remarques complémentaires :**