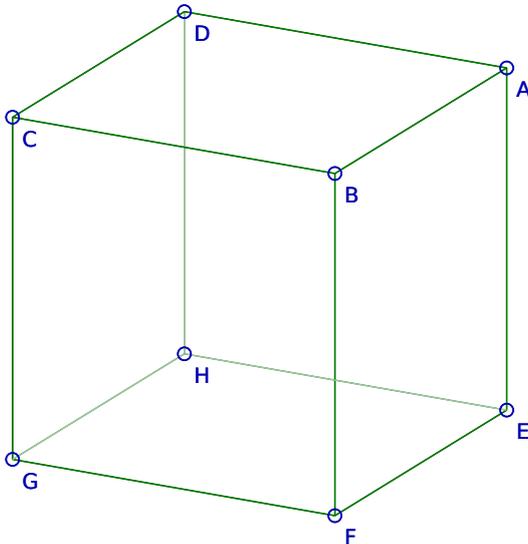


Lieu géométrique de points dans l'espace

Énoncé



Dans l'espace muni d'un repère orthonormal \mathcal{R} , on considère le cube ABCDEFGH reproduit ci-contre. On note I le centre de la face EFGH et J le milieu du segment [IF]. Pour tout réel m de l'intervalle $[0; 1]$, on note M le barycentre des points pondérés suivants $(E; m)$, $(F; 2m)$, $(G; m)$, $(C; 4 - 4m)$. Le but de l'exercice est de trouver le lieu du point M lorsque m décrit l'intervalle $[0; 1]$.

1. (a) À l'aide d'un logiciel de géométrie dans l'espace, construire le cube ABCDEFGH ainsi que les points I et J.

Appeler l'examineur pour vérifier la figure construite.

☞ La construction du cube est a priori simple, mais selon le degré de préparation du candidat cette tâche peut prendre plus ou moins de temps. L'examineur veillera à ce qu'aucun candidat ne passe trop de temps sur cette question et n'hésitera pas à donner quelques indications qui peuvent conduire soit à utiliser les fonctions (ou figures) pré-enregistrées du logiciel soit à entrer les points par leurs coordonnées $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$.

☞ Certaines procédures de construction (prisme régulier de Géospace par exemple) ne nomment pas tous les sommets ce qui va, par la suite, poser des problèmes pour l'obtention du barycentre. Il faut veiller à ce que ces difficultés ne bloquent pas le candidat.

- (b) Construire le point M barycentre du système de points pondérés $(E; m)$, $(F; 2m)$, $(G; m)$, $(C; 4 - 4m)$ pour $m \in [0; 1]$.
 (c) Émettre une conjecture quant au lieu du point M lorsque m décrit l'intervalle $[0; 1]$.

Appeler l'examineur pour vérifier la conjecture faite.

☞ La conjecture est simple, on valorisera le candidat qui met en œuvre une procédure de vérification (isoler un plan par exemple).

2. (a) Démontrer que les points M, F, I et C sont coplanaires.
 (b) Déterminer une relation entre les vecteurs \vec{CM} et \vec{CJ} .
 (c) Conclure alors quant au lieu du point M lorsque m décrit l'intervalle $[0; 1]$.

Production demandée

- Construction de la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Énoncé de la conjecture.
 - Relation et démonstrations demandées dans la question 2.
-

Compétences évaluées

- Construire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dans l'espace.
 - Conjecturer un lieu de points.
 - Démontrer la coplanarité de points.
 - Utiliser la géométrie vectorielle.
-

Lieu géométrique de points dans l'espace

Nom:**Prénom:****Note:**

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante:

- La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note initiale.
- La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation, etc.) représentera le quart restant.
- La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement pris en compte de façon substantielle.

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise. Les exemples ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

<i>Compétences évaluées</i>	<i>Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)</i>
<i>Le candidat est capable de construire la figure. Toutes les constructions correctes sont acceptées (huit sommets repérés par leurs coordonnées, utilisation de transformation, utilisation de prisme régulier . . .).</i>	
<i>Le candidat sait construire le barycentre et obtenir une image du lieu de M.</i>	
<i>Le candidat tire profit des indications éventuellement données à l'oral ; ces indications peuvent être des aides logicielles nécessaires pour réaliser ce qu'il a prévu.</i>	
<i>Le candidat reconnaît que le barycentre se déplace sur le segment [C].</i>	
<i>Le candidat a su déterminer la relation entre les vecteurs \vec{CM} et \vec{CJ} et a su réaliser la démonstration.</i>	

Remarques complémentaires :