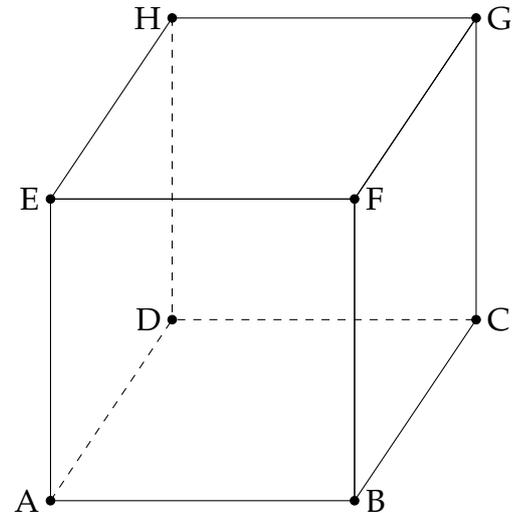


## Volume d'un tétraèdre

### Énoncé

On considère un cube de l'espace, formé par ses sommets ABCDEFGH (voir figure ci-contre). Sur la demi-droite [AE) on considère un point variable K.

Le but de l'exercice est de rechercher une position du point K, pour laquelle le volume du tétraèdre BDGK est égal à la moitié du volume du cube.



1. À l'aide d'un logiciel représenter un cube ABCDEFGH.

Placer un point K variable sur la demi-droite [AE).

Appeler l'examineur en cas de difficulté

☞ La construction du cube est a priori simple, mais selon le degré de préparation du candidat cette tâche peut prendre plus ou moins de temps. L'examineur veillera à ce qu'aucun candidat ne passe trop de temps sur cette question et n'hésitera pas à donner quelques indications qui peuvent conduire soit à utiliser les fonctions (ou figures) pré-enregistrées du logiciel soit à entrer les points par leurs coordonnées  $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ .

2. Pour quelle position du point K le volume du tétraèdre BDGK semble-t-il être égal à la moitié de celui du cube ?

Appeler l'examineur pour une vérification de la position du point K trouvée.

☞ On vérifiera la construction et en particulier que le point K est variable sur la demi-droite [AE). La position de K peut être exprimée de diverses manières (milieu, vecteur double, etc.).

3. En supposant que K occupe la position trouvée à la question 2., conjecturer la nature des triangles KGB et KDG à l'aide du logiciel.

Appeler l'examineur pour une vérification des conjectures faites.

☞ On attend de l'élève qu'il donne les éléments pouvant aider aux conjectures : calculs de mesures d'angles faits par le logiciel, mise en évidence en changeant d'angle de vue (en « tournant » la figure ou en changeant le plan vu de face), etc. Plus précisément :

- afficher les valeurs des volumes du cube et du tétraèdre ;
- afficher les valeurs de AB et de AK, ou construire le milieu de [AK], ou encore toute autre « manipulation » permettant d'argumenter la conjecture sur la position de K.

4. Démontrer que lorsque le point K occupe la position trouvée à la question 2., le volume du tétraèdre BDGK est bien la moitié du volume du cube.
- 

## Production demandée

- Affichage des valeurs numériques nécessaires pour émettre la conjecture de la question 2.
  - Éléments de preuve pour la question 4.
- 

## Compétences évaluées

- Réaliser des constructions avec un logiciel de géométrie dans l'espace.
  - Émettre et tester des conjectures.
  - Calculer des longueurs, des aires et des volumes.
  - Utiliser la notion d'orthogonalité dans l'espace.
-

<b>Volume d'un tétraèdre</b>
------------------------------

**Nom:****Prénom:****Note:**

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante:

- La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note initiale.
- La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation, etc.) représentera le quart restant.
- La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement pris en compte de façon substantielle.

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise. Les exemples ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

<i>Compétences évaluées</i>	<i>Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)</i>
<i>L'élève est capable, avec une aide technique éventuelle, de construire le cube et un point K sur la demi-droite [AE).</i>	
<i>En exploitant les fonctionnalités du logiciel, avec une aide technique éventuelle, l'élève est capable d'émettre une conjecture quant à la position du point K cherchée.</i>	
<i>En exploitant les fonctionnalités du logiciel, l'élève est capable d'émettre une conjecture quant à la nature des triangles KGB et KDG, tirant profit des indications éventuellement données à l'oral.</i>	
<i>L'élève montre un certain nombre de connaissances, de savoir-faire mathématiques sur le sujet, notamment à propos de l'orthogonalité dans l'espace.</i>	
<i>L'élève est capable de concevoir une démarche permettant d'exprimer le volume du tétraèdre BDGK.</i>	
<i>L'élève est capable d'utiliser le logiciel pour vérifier une conjecture.</i>	
<i>Le candidat propose une résolution correcte de l'exercice en tirant profit des résultats observés.</i>	

**Remarques complémentaires :**