

Aire variable d'un triangle

Énoncé

Soit un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan et la courbe \mathcal{C} d'équation $y = e^x - 1$.

Soit B le point de \mathcal{C} d'abscisse 1, et A le point de \mathcal{C} d'abscisse a , a étant un nombre réel de l'intervalle $[0; 1]$.

On s'intéresse à l'aire du triangle OAB et à la variation de cette aire en fonction de a .

Partie A

1. Construire la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour lui présenter la figure construite.

☞ Dans le cas où la fonctionnalité "point sur une courbe" n'existerait pas avec le logiciel utilisé, on amènera le candidat à réfléchir à la question de l'appartenance d'un point à une courbe.

2. Afficher à l'écran l'aire du triangle OAB.

En faisant varier a , chercher une valeur approchée de la valeur de a pour laquelle l'aire du triangle OAB est maximale. Donner une valeur approchée de cette aire maximale.

Appeler l'examineur pour lui exposer la conclusion.

3. Pour tout a dans l'intervalle $[0; 1]$, on note $f(a)$ l'aire du triangle OAB. Construire l'ensemble des points $M(a; f(a))$. Retrouver les résultats de la question précédente.

Appeler l'examineur pour lui présenter la courbe obtenue et lui proposer la démarche envisagée pour la question suivante.

☞ Pour dessiner l'ensemble des points M , il peut être nécessaire d'aider le candidat dans la mesure où cette courbe n'a pas de raison de se superposer au dessin. (Ce n'est en effet pas le lieu d'un point de la figure.)

Partie B

4. (a) Déterminer l'expression de $f(a)$ en fonction de a .

☞ On pourra, dans un premier temps, suggérer au candidat que le calcul peut se faire par différences d'aires. Les aides ultérieures concernent elles la formule de calcul d'aire d'un trapèze et le recours aux intégrales pour calculer l'aire d'un domaine du plan limité par une courbe.

- (b) En étudiant la fonction f , déterminer la valeur exacte de la variable a pour laquelle la fonction f atteint son maximum et la valeur exacte de ce maximum.

Production demandée

- Visualisation à l'écran de la figure demandée et de l'ensemble des points M de la question 3.
 - Affichage des valeurs approchées de a et de $f(a)$ pour lesquelles l'aire du triangle est maximale.
 - Démarches et réponses argumentées à la question 4.
-

Compétences évaluées

- Élaborer une stratégie de construction avec un logiciel de géométrie dynamique.
 - Utiliser l'aspect dynamique du logiciel pour établir des conjectures.
 - Calculer l'aire d'un triangle dont on connaît les coordonnées des sommets.
 - Étudier les variations et déterminer le maximum d'une fonction simple.
-

Aire variable d'un triangle

Nom:**Prénom:****Note:**

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante:

- La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note initiale.
- La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation, etc.) représentera le quart restant.
- La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement pris en compte de façon substantielle.

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise. Les exemples ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

<i>Compétences évaluées</i>	<i>Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)</i>
<i>L'élève est capable de construire la courbe demandée ainsi que le point mobile sur la courbe. Il ou elle tire profit des indications éventuellement données à l'oral, notamment dans le cas où le logiciel ne permet pas la construction immédiate de ce point.</i>	
<i>L'élève est capable d'utiliser le logiciel pour déterminer le maximum de l'aire du triangle. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral, par exemple pour affiner le pas de modification du réel afin de préciser les valeurs optimales observées.</i>	
<i>L'élève sait modifier la figure construite pour afficher la courbe demandée. Il ou elle est capable d'émettre un retour critique et cohérent sur ses diverses observations.</i>	
<i>L'élève montre un certain nombre de savoir-faire sur le calcul d'aire via les intégrales et l'étude des variations d'une fonction.</i>	
<i>L'élève propose une résolution correcte de l'exercice .</i>	

Remarques complémentaires :