

Propriétés de la courbe représentative d'une fonction

Énoncé

Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par : $f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 4}$.

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soit a un réel quelconque, M et N les points de $\mathcal{C}$ d'abscisses respectives a et $-a$.

1. Construire la figure à l'aide d'un logiciel de votre choix.

Appeler l'examineur pour vérification de la figure.

2. Faire varier a et émettre des conjectures concernant respectivement :
 - la droite (MN) ;
 - le lieu du point I intersection des tangentes à $\mathcal{C}$ en M et N .

☞ L'examineur amènera le candidat à utiliser un curseur donnant des valeurs décimales si celui-ci ne prend que des valeurs entières pour a .

Appeler l'examineur pour vérification des conjectures.

3. On se propose d'étudier les conjectures émises à la question précédente.

- (a) Déterminer en fonction de a les coordonnées des points M et N .
- (b) Justifier les conjectures émises à la question 2.

☞ L'examineur donnera sans pénaliser quelques indications sur la recherche du lieu géométrique si le candidat a du mal à débiter la démonstration.

☞ On pourra éventuellement pour valoriser le candidat, lui demander de démontrer que tout point du lieu est bien le point d'intersection des deux tangentes à la courbe en M et N .

Production demandée

- Visualisation à l'écran du lieu du point I .
- Réponses argumentées aux questions 3.(a) et (b) .

Compétences évaluées

- Construire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
- Observer la position d'une droite variable.
- Déterminer une équation de la tangente en un point à la courbe représentative d'une fonction dérivable.

Propriétés de la courbe représentative d'une fonction

Nom:**Prénom:****Note:**

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante:

- La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note initiale.
- La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation, etc.) représentera le quart restant.
- La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement pris en compte de façon substantielle.

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise. Les exemples ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

<i>Compétences évaluées</i>	<i>Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)</i>
<i>L'élève est capable d'utiliser un logiciel adapté à la situation, avec une aide éventuelle, pour obtenir plusieurs valeurs de a (à l'aide d'un curseur par exemple). Il ou elle tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</i>	
<i>L'élève est capable de faire des conjectures à partir de ses résultats. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral, par exemple pour donner le lieu du point I et la direction de la droite (MN).</i>	
<i>L'élève montre un certain nombre de connaissances, de savoir-faire mathématiques sur le sujet : détermination d'une équation de droite, d'une tangente à partir du nombre dérivé, de l'intersection de deux droites, d'un lieu géométrique.</i>	
<i>L'élève propose une résolution correcte de l'exercice en tirant profit des résultats observés.</i>	

Remarques complémentaires :