

Équation avec un paramètre

Énoncé

Dans cet exercice, on s'intéresse aux solutions positives de l'équation (E) : $\frac{x}{(2 \ln x + 1)^2} = mx$, où m est un paramètre réel.

Partie A

1. (a) En utilisant un logiciel adapté, tracer la courbe (C) représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x}{(2 \ln x + 1)^2}$ et la droite (d) d'équation $y = mx$.

Conjecturer alors le nombre de solutions de l'équation (E).

Appeler l'examineur pour lui montrer le graphique et répondre à la question posée.

 Cette question requiert simplement la construction de la courbe et de la droite mobile. La discussion pourra se faire notamment sans que les points d'intersections n'aient été construits avec le logiciel.

- (b) Dans cette question, m est un entier naturel non nul. On note a_m la plus petite des solutions de l'équation (E) et b_m , la plus grande. On s'intéresse aux suites (a_m) et (b_m) . Conjecturer, à l'aide du logiciel, les variations et la convergence de ces deux suites. Que peut-on dire de ces deux suites ?

Appeler l'examineur pour lui exposer les conjectures faites et la démarche envisagée pour les questions à venir.

 La construction des points d'intersection de la courbe et de la droite n'est pas toujours simple et dépend beaucoup du logiciel employé. L'énoncé ne demandant pas la construction effective des suites (a_m) et (b_m) , l'examineur pourra en particulier accepter des intersections observées (et non matérialisées par des points). Le caractère adjacent est alors observable sans être toutefois flagrant.

Partie B

2. (a) Calculer les expressions de a_m et b_m , en fonction de m .
(b) Justifier le sens de variation de la suite (b_m) .
(c) Calculer la limite de cette suite.

Production demandée

- Visualisation à l'écran des représentations graphiques.
 - Conjectures demandées.
 - Réponse écrite et orale à la question 2.
-

Compétences évaluées

- Représenter graphiquement une fonction dépendant d'un paramètre ;
 - Utiliser le logiciel, pour émettre des conjectures ;
 - Exprimer les solutions d'une équation en fonction d'un paramètre ;
 - Mettre en œuvre les notions du programme sur les suites.
-

Équation avec un paramètre

Nom:**Prénom:****Note:**

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante:

- La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note initiale.
- La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation, etc.) représentera le quart restant.
- La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement pris en compte de façon substantielle.

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise. Les exemples ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

<i>Compétences évaluées</i>	<i>Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)</i>
<i>L'élève est capable de construire la courbe demandée ainsi que la droite dont la pente doit être modifiable. Il ou elle tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</i>	
<i>L'élève est capable de formuler une conjecture claire quant au nombre de solutions observables en utilisant en particulier des valeurs non entières de m. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral, par exemple pour affiner sa conjecture, en utilisant un pas plus petit pour les modifications du réel m afin d'observer finement les cas limites.</i>	
<i>L'élève sait modifier la figure construite pour observer le comportement des suites nommées. Il ou elle est capable d'émettre un retour critique sur ses observations.</i>	
<i>L'élève montre un certain nombre de savoir-faire sur les équations en logarithme et de connaissances sur les suites adjacentes.</i>	
<i>L'élève propose une résolution correcte de l'exercice.</i>	

Remarques complémentaires :