

## Étude de la courbe représentative d'une fonction

### Énoncé

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; 1]$  par  $f(x) = (1 - \sqrt{x})^2$ .  
Soit  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans le plan rapporté à un repère orthonormal.  
On se propose d'établir une propriété de la courbe  $\mathcal{C}$ .

1. (a) Représenter la courbe  $\mathcal{C}$  à l'aide d'un outil de géométrie dynamique.  
(b) Tracer la courbe représentative de la fonction  $g$  définie sur  $[0; 1]$  par  $g = f \circ f$  puis conjecturer une expression simple de  $g(x)$ , pour tout  $x$  appartenant à  $[0; 1]$ .

Appeler l'examineur pour une vérification des constructions et de la conjecture émise.

2. (a) Placer un point  $M$  sur la courbe  $\mathcal{C}$ , puis construire le point  $M'$  symétrique de  $M$  par rapport à la droite  $D$  d'équation  $y = x$ .  
(b) Quel semble être le lieu du point  $M'$  lorsque  $M$  décrit la courbe  $\mathcal{C}$ ?  
(c) Quelle propriété de la courbe  $\mathcal{C}$  peut-on alors conjecturer?

Appeler l'examineur pour une vérification des constructions et des observations faites.

3. (a) Pour tout réel  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0; 1]$ , exprimer  $f \circ f(x)$  en fonction de  $x$ .  
(b) En déduire la propriété de la courbe  $\mathcal{C}$  observée à la question 2.(c).

### Production demandée

- Réalisation du graphique et construction pour observation du lieu du point  $M'$ .
- Démarche de démonstration pour les questions 3.(a) et 3.(b).